

# Absorption magnetoakustischer Wellen in einem Hoch-Beta-Plasma

F. Moser, E. Räuchle, E. Schneider und P. G. Schüller

Institut für Plasmaforschung, Universität Stuttgart

*Herrn E. Hisam zum Gedenken gewidmet*

Z. Naturforsch. **34a**, 1190–1195 (1979); eingegangen am 29. Juni 1979

*Absorption of magnetoacoustic waves in a high beta plasma*

The radial propagation and absorption of magnetoacoustic waves ( $m=0, k_z=0$ ) in a radially inhomogeneous, high beta plasma column of a theta pinch is investigated both theoretically and experimentally. It is shown, that viscosity is the dominant dissipative mechanism. Power absorption up to 10 MW is obtained, which corresponds to an average heating rate of 5 eV/ $\mu$ sec per particle.

## 1. Einleitung

Die Aufheizung von Plasmen über den Ohmschen Bereich hinaus kann durch Absorption von Wellen oder durch Einschuß schneller Neutralteilchen erreicht werden. Welches dieser beiden Verfahren unter Fusionsbedingungen geeigneter ist, ist bisher noch offen. Vorteile der Wellenheizung sind u.a. die relativ leichte Anregung und Einkopplung verschiedener Wellentypen.

In dieser Arbeit werden magnetoakustische Wellen vom Typ  $m=0, k_z=0$  untersucht, die sich radial in einem zylindrischen Plasma ausbreiten. Der Vorteil magnetoakustischer Wellen zur Heizung von Plasmen liegt in ihrem auch unter fusionsrelevanten Bedingungen niederen Frequenzbereich, in dem hohe Senderleistungen technologisch leichter zu realisieren sind.

Die Plasmaerzeugung erfolgt mit Hilfe einer Theta-Pinch-Entladung, um hohe Temperaturen, bei denen resistive Effekte von geringem Einfluß sind, zu erzielen. Unter stoßbestimmten Verhältnissen sind die Eigenschaften plasmamagnetischer Wellen bereits untersucht worden [1–5]. Charakteristisch für das Theta-Pinch-Plasma ist die ausgeprägte radiale Inhomogenität der Dichte und des quasistationären Magnetfeldes unter Hoch-Beta-Bedingungen. Damit sind die vorliegenden Untersuchungen ein Beitrag zur Ausbreitung und Absorption plasmamagnetischer Wellen in Hoch-Beta-Plasmen. Erste Messungen hierüber liegen von Jacobson et al. [6] vor.

---

Sonderdruckanforderungen an das Institut für Plasmaforschung der Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 31, D-7000 Stuttgart 80.

## 2. Experimente

### a) Ausgangsplasma

Das zylindrische Hoch-Beta-Plasma wird durch schnelle magnetische Kompression eines vorionisierten Plasmas mit Hilfe einer Theta-Pinch-Entladung (Apparatur PLASMAUS 3) erzeugt. Die Länge der Kompressionsspule beträgt 2 m bei einem Durchmesser von 40 cm, das Entladungsgefäß hat einen Durchmesser von 30 cm und ist 3,50 m lang. Eine erste Ionisierung des Füllgases wird durch kapazitive Einkopplung eines Hochfrequenzpulses bei  $f = 27$  MHz erzielt. Die eigentliche Vorionisierung erfolgt durch eine axiale 100 kV-Z-Pinch-Entladung über Ringelektroden an den Gefäßenden. Um die für die Durchzündung des Füllgases erforderliche hohe Spannung möglichst lange aufrechtzuerhalten, wird parallel zur Entladestrecke eine geeignet dimensionierte Induktivität geschaltet. Durch diese Pulsformung wird das reproduzierbare Durchzünden in Wasserstoff bis herab zu Drücken von 2 mTorr ermöglicht. In Abb. 1 ist der Aufbau des Experiments PLASMAUS 3 skizziert, den zeitlichen Ablauf der Entladung gibt Abb. 2 wieder. Der zeitliche Abstand zwischen Z- und Theta-Pinch-Entladung wird so gewählt, daß die durch den Z-Pinch angeregten Dichtefluktuationen ausgedämpft sind. Das Hauptmagnetfeld wird nach 1  $\mu$ sec kurzgeschlossen. Damit wird eine starke adiabatische Kompression des Plasmas vermieden [7], um so für die Wellenuntersuchungen ein Plasma mit genügend großem Durchmesser (etwa halber Gefäßdurchmesser) zur Verfügung zu haben.

0340-4811 / 79 / 1000-1190 \$ 01.00/0. — Please order a reprint rather than making your own copy.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

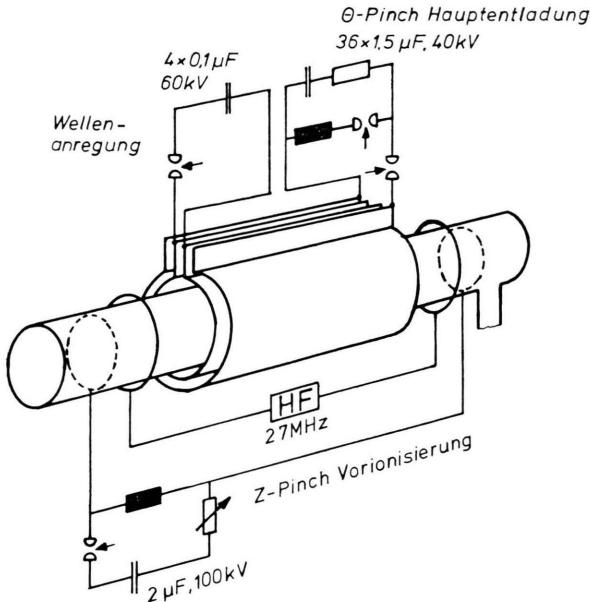


Abb. 1. Experimenteller Aufbau.

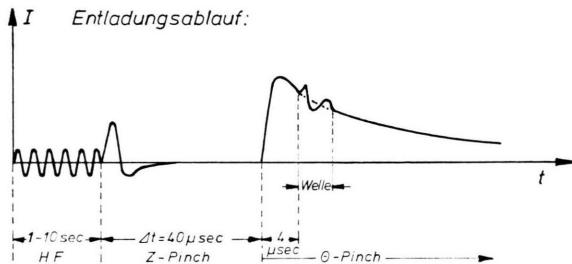


Abb. 2. Zeitlicher Ablauf des Experiments.

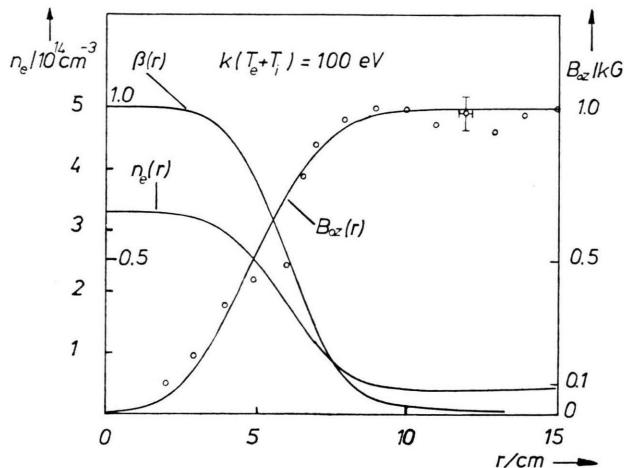


Abb. 3. Radiale Verläufe der quasistationären Ausgangsparameter: Dichte, Beta und magnetische Induktion.

Das Ausgangsplasma wird mit Magnetsonden und diamagnetischen Spulen sowie Laserinterferometrie im infraroten ( $\text{CO}_2$ ) und sichtbaren (He-Ne) Bereich diagnostiziert. In Abb. 3 sind die radialem Verläufe von Dichte  $n_e$  und axialem Magnetfeld  $B_{0z}$  in der quasistationären Nachimplosionsphase, 4  $\mu\text{sec}$  nach dem Kurzschließen des Hauptmagnetfeldes, dargestellt. Die aus dem diamagnetischen Sondensignal ermittelte Temperatur [ $k(T_i + T_e) \approx 100 \text{ eV}$ ] wird zur Berechnung des radialen Verlaufs von  $\beta = p_{\text{gas}}/p_{\text{gesamt}}$  in Abb. 3 herangezogen.

### b) Wellenuntersuchungen

Die Anregung der Welle vom Typ  $m = 0, k_z = 0$  erfolgt über ein getrenntes Spulensystem, das koaxial in der Theta-Pinch-Spule untergebracht ist. Durch eine Pulsentladung im Frequenzbereich  $0.8 \leq f \leq 1.5 \text{ MHz}$  mit der Hauptamplitude bei  $f = 1 \text{ MHz}$  wird eine Modulation des Längsmagnetfeldes von ca. 15% erzielt. Die radiale Ausbreitung der Wellen wird mit Hilfe von Induktionssonden verfolgt. Die von der Welle herrührenden Sondensignale werden spektral nach Amplitude und Phase zerlegt. In Abb. 4 sind die gemessenen radialen Profile von Amplitude und Phase der Welle für die Frequenz  $f = 1 \text{ MHz}$  dargestellt. An der fortlaufenden Phase ist die radiale Ausbreitung der Welle zu erkennen. Der zeitliche Verlauf der Dichte  $n_e$ , wie er durch Interferometrie bei verschiedenen Radien gewonnen wird, ist in Abb. 5

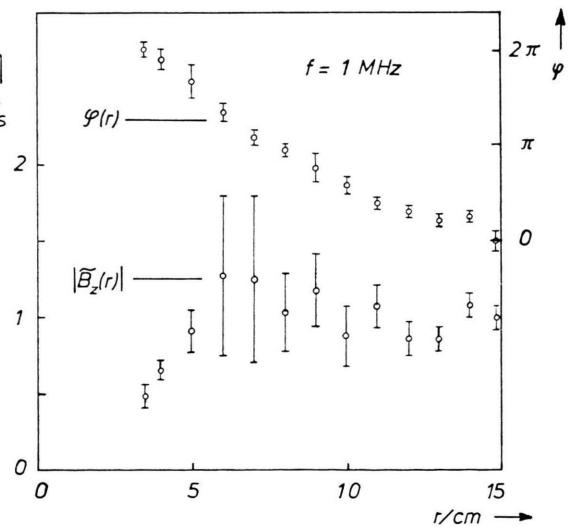


Abb. 4. Gemessene radiale Verläufe von Amplitude und Phase der magnetischen Induktion der Welle.

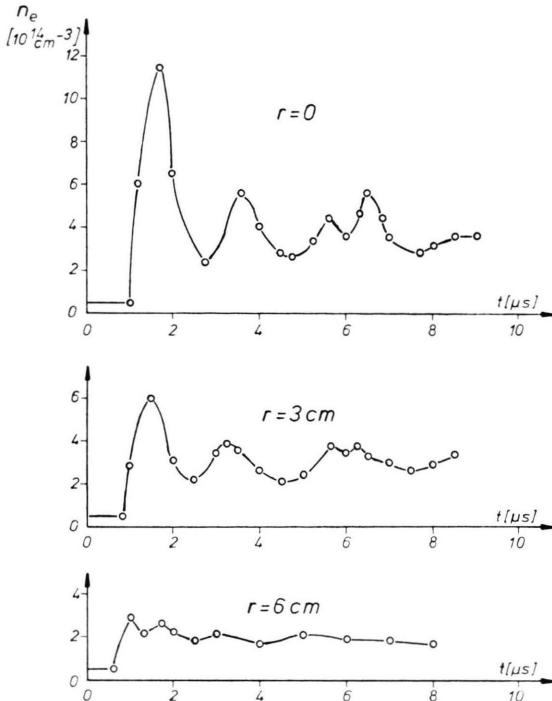


Abb. 5. Zeitlicher Verlauf der Elektronendichte für verschiedene Radien.

wiedergegeben. Der Zeitnullpunkt ist der Zündzeitpunkt der Theta-Pinch-Entladung. Aus der zeitlichen Verzögerung des Dichteauflaufs auf der Achse (Stoßwelle) läßt sich die Geschwindigkeit der Stoßwelle zu  $15 \text{ cm}/\mu\text{sec}$  bestimmen. Das erste Dichtemaximum ist der Stoßwelle zuzuordnen, weitere radiale Oszillationen in der adiabatischen Phase um die Gleichgewichtslage bei  $r = 4 \text{ cm}$  folgen. Die bei  $r = 0 \text{ cm}$  nach  $5 \mu\text{sec}$  auftretende zusätzliche Dichtemodulation im Frequenzbereich um  $1 \text{ MHz}$  wird durch die Welle hervorgerufen und beträgt ca. 30%. Im magnetfeldfreien Plasmakern besteht die Welle nur aus einer Modulation der Dichte  $n_e$ , d.h. die im Außenbereich vorhandene magnetoakustische Welle ist in eine reine Schallwelle im feldfreien Innenbereich übergegangen.

Ursache der Streuung der Meßwerte in Abb. 4 ist die ungenügende Reproduzierbarkeit der Experimente. Diese ist möglicherweise auf eine Rotation des Plazmazylinders bzw. das Auftreten von Flute-Instabilitäten zurückzuführen, wie sie mehrfach im vorliegenden Druckbereich ( $p \leq 10 \text{ mTorr}$ ) beobachtet worden sind [8–11]. Für die Auswertung werden nur solche Oszillogramme herangezogen, die

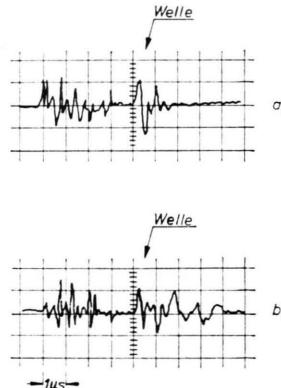


Abb. 6. Wellenimpulse ohne (a) und mit (b) zusätzlich angeregten Fluktuationen.

während der Wellenanregung durch geringe Fluktuationen gekennzeichnet sind (Abbildung 6a). Die Welle kann auch Ursache für die Anregung von Schwingungen sein. Ein Beispiel ist in Abb. 6b wiedergegeben. Im Gegensatz zu Abb. 6a sind hier nach Ablauf der Welle noch Oszillationen vorhanden.

Da die Energieverluste des Plasmas im vorliegenden Experiment groß sind verglichen mit der Energieübertragung der Welle auf das Plasma, kann keine merkliche Temperaturerhöhung des Plasmas festgestellt werden. Aus den Messungen des magnetischen Wellenfeldes und der Phasengeschwindigkeit läßt sich jedoch abschätzen, daß der Wellenpuls einen Energiedichtestrom von  $10^3 \text{ W/cm}^2$  auf den Plasmakern überträgt. Dies ergibt eine absorbierte Leistung von ungefähr 10 MW, die umgerechnet einer Energiezufuhr von etwa  $5 \text{ eV}/\mu\text{sec}$  pro Teilchen entspricht.

### 3. Vergleich mit theoretischen Untersuchungen

Bei der theoretischen Behandlung des Problems geht man von den linearisierten MHD-Gleichungen aus. Unter den vorliegenden Bedingungen stellt bei der Ausbreitung magnetohydrodynamischer Wellen mit Frequenzen unterhalb der Ionenzylotronfrequenz die Ionenviskosität den dominierenden Verlustmechanismus dar. Aus den Grundgleichungen läßt sich mit Hilfe des Ansatzes

$$S = S_0(r) \cdot e^{-i\omega t}$$

für die radiale Verschiebungskomponente  $\zeta_r(r)$  und die axiale Induktionskomponente  $\tilde{B}_z(r)$  das folgende gekoppelte Differentialgleichungssystem ableiten:

$$\begin{aligned}
& r^2 \cdot \{\mu_0 \cdot (\gamma p_0 - i \omega v)\} \frac{d^2 \zeta_r}{dr^2} + \left\{ r \mu_0 (\gamma p_0 - i \omega v) - r^2 (1 + \gamma) B_{0z} \frac{dB_{0z}}{dr} \right\} \cdot \frac{d\zeta_r}{dr} \\
& + \left\{ r^2 \mu_0 \varrho_0 \omega^2 - \left[ \mu_0 \cdot (\gamma p_0 - i \omega v) + r^2 B_{0z} \frac{d^2 B_{0z}}{dr^2} + r \gamma B_{0z} \frac{dB_{0z}}{dr} + r^2 \left( \frac{dB_{0z}}{dr} \right)^2 \right] \right\} \cdot \zeta_r \\
& - r^2 B_{0z} \frac{d\tilde{B}_z}{dr} - r^2 \frac{dB_{0z}}{dr} \tilde{B}_z = 0, \\
& r i \omega \mu_0 B_{0z} \frac{d\zeta_r}{dr} + i \omega \mu_0 \left( B_{0z} + r \frac{dB_{0z}}{dr} \right) \zeta_r + \eta \cdot r \frac{d^2 \tilde{B}_z}{dr^2} + \eta \frac{d\tilde{B}_z}{dr} + r i \omega \mu_0 \tilde{B}_z = 0.
\end{aligned}$$

Hierin bedeuten:  $\gamma = c_p/c_v$  Adiabatenexponent,  $B_{0z} = B_{0z}(r)$  quasistationäres axiales Feld der magnetischen Induktion,  $p_0 = p_0(r)$  Gleichgewichtsdruckverteilung,  $\omega$  Frequenz des äußeren Wellenfeldes,  $\varrho_0 = \varrho_0(r)$  Gleichgewichtsverteilung der Dichte,  $v$  Viskositätskoeffizient des Plasmas,  $\eta$  spezifischer elektrischer Widerstand des Plasmas.

Im obigen Gleichungssystem sind die Dichte und das Magnetfeld als radiale inhomogene Parameter enthalten. Die Viskosität  $v$  und der spezifische elektrische Widerstand  $\eta$  sind für die Dissipation verantwortlich. Der viskose Spannungstensor wird dabei in der Form nach Braginskii [12] verwendet. In der Bewegungsgleichung für die radiale Verschiebung  $\zeta_r$  ergibt sich als Beitrag aus dem viskosen Spannungstensor (Volumviskosität) in linearisierter Form:

$$(\nabla \pi)_r = -i \omega v \left( \frac{d^2 \zeta_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\zeta_r}{dr} - \frac{\zeta_r}{r^2} \right).$$

$v$  ist der Koeffizient der Viskosität, der im wesentlichen durch die Ionen bestimmt wird. Er ist von der Ionentemperatur  $T_i$  und der magnetischen Induktion  $B_0(r)$  abhängig [12]. Hierbei kann für  $v$  die für  $(\omega \tau_i) \gg 1$  gültige Näherung bis in den nahen Achsenbereich verwendet werden [13]:

$$v = 0,32 \cdot n_i k T_i \tau_i$$

mit der Stoßzeit der Ionen

$$\tau_i = 2,09 \cdot 10^7 T_i^{3/2} / n_i \lambda$$

( $T_i$  in eV,  $n_i$  in  $\text{cm}^{-3}$ ,  $\lambda$  = Coulomb-Logarithmus).

Die Ionentemperatur  $T_i$  liegt im Fall des beschriebenen Theta-Pinches im Bereich  $50 \text{ eV} < T_i < 100 \text{ eV}$ .

Um den Einfluß der Viskosität  $v$  auf die Wellenausbreitung zu untersuchen, wurden die radialen Verläufe von Amplitude  $|\tilde{B}_z(r)|$  und Phase  $\varphi(r)$  der magnetischen Induktion der Welle für die drei

verschiedenen Werte von  $v$

$$v_1 = 1,9 \cdot 10^{-2} \text{ poise}, \quad v_2 = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ poise}$$

und  $v_3 = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ poise}$

numerisch berechnet und in Abb. 7 für die Frequenz  $f = 1 \text{ MHz}$  dargestellt. Der radiale Verlauf hängt damit empfindlich von der Größe der Viskosität ab. Die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen ergibt sich für einen  $v$ -Wert, der zwischen  $v_2$  und  $v_3$  liegt. In diesen Rechnungen wird das gemessene Profil der quasistationären axialen magnetischen Induktion  $B_{0z}(r)$  verwendet und über die magnetohydrostatische Grundgleichung für eine Temperatur von  $k(T_i + T_e) = 100 \text{ eV}$  das zugehörige Dichteprofil  $n_e(r)$  berechnet. Die Temperatur  $T_i$ , und damit die Viskosität  $v$  und der spezifische elektrische Widerstand  $\eta$ , werden über den Querschnitt als konstant vorausgesetzt.

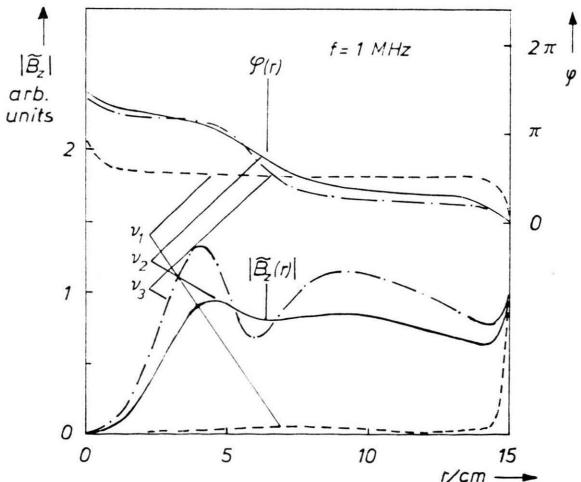


Abb. 7. Berechnete radiale Verläufe von Amplitude und Phase der magnetischen Induktion der Welle für verschiedene Viskositätskoeffizienten.

Schon für die niedrigstmögliche Ionentemperatur von  $T_i = 50 \text{ eV}$  ergibt sich bei den vorliegenden experimentellen Parametern  $\nu_1 = 1,9 \cdot 10^{-2} \text{ poise}$  mit der zugehörigen Stoßzeit  $\tau_1 = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ sec}$  und einer daraus resultierenden freien Weglänge von  $l_i = 130 \text{ cm}$ , wie sie im Experiment nicht verwirklicht sein kann. Durch den reduzierten Wert der Viskosität  $\nu_3$  wird formal die effektive Stoßzeit  $\tau_1$  bzw. die freie Weglänge herabgesetzt, hier auf den realistischen Wert  $l_i = 13 \text{ cm}$ , der in etwa der Größe des Plasmadurchmessers entspricht.

Somit zeigt der Vergleich von experimentellen und theoretischen Resultaten (Abb. 4 und 7), daß die ansonst notwendige kinetische Behandlung der Ionenbewegung durch eine reduzierte Viskosität in den MHD-Gleichungen ersetzt werden kann.

Das Auftreten zweier Maxima im Amplitudenverlauf der Abb. 7 entspricht der Mischung zweier radialem Grundmoden des freischwingenden Plasmazyinders [13], die von außen durch das eingeprägte Wellenfeld im vorliegenden Frequenzbereich angeregt werden. So liegen z.B. die ersten drei komplexen Eigenfrequenzen der freien Schwingungen der Plasmasäule für die hier vorliegenden Parameter bei

$$\begin{aligned}\omega_1 &= 4,13 \cdot 10^6 - i \cdot 3,74 \cdot 10^5 \text{ sec}^{-1}; \\ \omega_2 &= 7,51 \cdot 10^6 - i \cdot 1,23 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}; \\ \omega_3 &= 1,11 \cdot 10^7 - i \cdot 2,63 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}.\end{aligned}$$

Der Einfluß der dritten und höheren Moden tritt infolge der großen Dämpfung nicht mehr in Erscheinung. Dieses Verhalten ist auch in Abb. 8 zu erkennen, in der die maximale Amplitude als Funktion der Frequenz für verschiedene Viskositätskoeffizienten aufgetragen ist, wobei der Randwert ( $r = 15 \text{ cm}$ ) für jede Frequenz jeweils auf 1 normiert ist. Die mit der Wellenanregung verbundene berechnete Dichtemodulation ist in Abb. 9 als Funktion des Radius für die Frequenz  $f = 1 \text{ MHz}$  wiedergegeben.

Zum Vergleich sind in Abb. 8 die für verschiedene Frequenzen aus der Fouriertransformation des Meßsignals experimentell bestimmten Amplituden und in Abb. 9 die für die Hauptfrequenz von 1 MHz bestimmten experimentellen Werte der Dichte-Fluktuationen eingetragen.

Die theoretischen Untersuchungen ergeben, daß die Viskosität bei den vorliegenden Plasmaparametern den dominierenden Verlustmechanismus

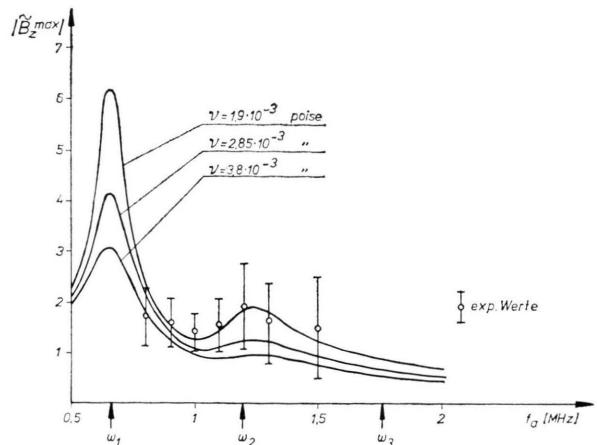


Abb. 8. Maximalamplituden der magnetischen Induktion der Welle als Funktion der Frequenz für verschiedene Viskositätskoeffizienten.

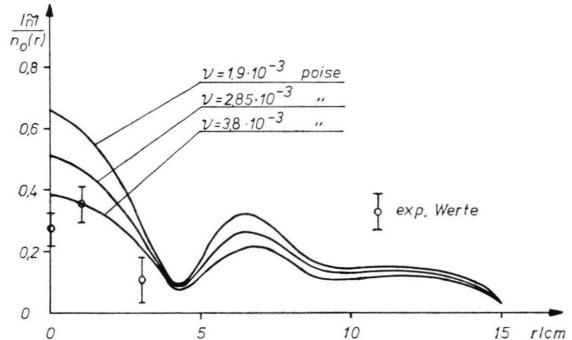


Abb. 9. Radiale Verläufe der Dichteschwankungen für  $f = 1 \text{ MHz}$  und für verschiedene Viskositätskoeffizienten.

darstellt. Demgegenüber ist die Wirkung der elektrischen Leitfähigkeit von geringem Einfluß auf die Dämpfung der Welle. Die starke viskose Dämpfung verhindert eine ausgeprägte Resonanzüberhöhung der Wellenamplitude und damit das singuläre Verhalten der idealen Theorie ( $\eta = 0$ ,  $\nu = 0$ ). Eine Wellenanregung ist damit unkritisch in einem breiten Frequenzbereich. Der Einfluß viskoser Dämpfung ist besonders ausgeprägt in stark radial inhomogenen Hoch-Beta-Plasmen, da die großen radialen Inhomogenitäten zu ausgeprägten Gradienten des Geschwindigkeitsprofils der Welle, und damit zu verstärkten Viskositätseinflüssen, führen.

#### 4. Zusammenfassung

Es werden die radiale Ausbreitung und Absorption magnetoakustischer Wellen vom Typ  $m=0$ ,  $k_z=0$  in einem Hoch-Beta-Plasma theoretisch und experimentell untersucht. Es zeigt sich, daß die Ausbreitungseigenschaften unter den vorliegenden radial inhomogenen Bedingungen stark durch Viskosität bestimmt sind. Resistive Effekte sind dagegen von untergeordneter Bedeutung. Erreicht wird eine Leistungsabsorption von 10 MW, entsprechend einer mittleren Heizrate von 5 eV/ $\mu$ sec pro Teilchen. Es wird damit gezeigt, daß auch in

Hoch-Beta-Plasmen im niederfrequenten Bereich eine effiziente Wellenabsorption erreicht werden kann.

#### Danksagung

Für das fördernde Interesse an dieser Arbeit danken wir Herrn Prof. Dr. H. Zwicker und den Herren Drs. E. Holzhauer, G. Janzen und G. Müller für ihre Unterstützung, sowie Herrn H. Eischer für die technische Hilfe beim Aufbau der Apparatur. — Diese Arbeit wurde gefördert vom MPI für Plasmaphysik Garching.

- [1] R. C. Cross and J. A. Lehane, Phys. Fluids **11**, 2621 (1968).
- [2] G. Müller, E. Räuchle, and P. G. Schüller, Plasma Physics **15**, 925 (1973).
- [3] G. Müller, Plasma Physics **16**, 813 (1974).
- [4] R. Morrow and M. H. Brennan, Austr. J. Phys. **27**, 181 (1974).
- [5] A. Pochelon and R. Keller, Helv. Phys. Acta **50**, 172 (1977).
- [6] A. R. Jacobson, C. J. Buchenauer, J. N. Downing, and S. K. Thomas, Phys. Rev. Lett. **37**, 897 (1976).
- [7] J. P. Freidberg, R. L. Morse, and F. L. Ribe, AEC Symposium Series **31**, 812 (1974).
- [8] M. Keilhacker, H. Herold, J. Cooper, and D. E. Roberts, Plasma Phys. Contr. Nucl. Fus. Res., Culham 1965, CN-21/54.
- [9] R. F. Gribble, W. E. Quinn, and R. E. Siemon, Phys. Fluids **14**, 2042 (1971).
- [10] M. Kaufmann, E. Fünfer, J. Junker, J. Neuhauser, and U. Seidel, IPP Garching, Report Nr. 1/123 (1971).
- [11] H. Witulski, KFA Jülich, Report Nr. JüL-1183 (1975).
- [12] S. I. Braginskii, Reviews of Plasma Physics, Vol. 1, p. 213, Consultants Bureau Publishers, New York 1965.
- [13] F. Moser und E. Räuchle, in Vorbereitung.